

Pb. 7.

$$y' + ay = be^{-\lambda x} \rightarrow \mu = e^{\int a dx} = e^{ax}$$

$$(e^{ax} y)' = b e^{ax} e^{-\lambda x} = b e^{(a-\lambda)x}$$

$$e^{ax} y = b \int e^{(a-\lambda)x} dx = \begin{cases} \frac{b}{a-\lambda} e^{(a-\lambda)x} + C, & \lambda \neq a \\ bx, & \lambda = a \end{cases}$$

$$y = e^{-ax} \begin{cases} \frac{b}{a-\lambda} e^{(a-\lambda)x} + C, & \lambda \neq a \\ bx, & \lambda = a \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{b}{a-\lambda} e^{(a-\lambda)x} e^{-ax} + C e^{-ax}, & \lambda \neq a \\ bx e^{-ax}, & \lambda = a \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{b}{a-\lambda} e^{-\lambda x} + C e^{-ax}, & \lambda \neq a \rightarrow 0 \text{ as } x \rightarrow \infty \\ bx e^{-ax}, & \lambda = a \rightarrow 0 \text{ as } x \rightarrow \infty \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-ax} \stackrel{\text{L'H}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^{ax}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{ae^{ax}} = 0$$